TS **FICHE EXERCICES N° 1 (CHAPITRE 1)**

EXERCICE 1 :

1) À l'aide de l'écran graphique de la calculatrice, évaluer les solutions de l'équation (1) $\sqrt{x^2 - 2x} = 3 + x$.

2) a) Pour quelles valeurs de x, l'expression $\sqrt{x^2 - 2x}$ est-elle définie ?

b) Existe-t-il des solutions à l'équation avec $(3 + x)$ strictement négatif ?

Justifier la réponse.

c) Résolvons l'équation proposée :

MÉTHODE :

- $x \in D \Leftrightarrow x^2 - 2x$ …… 0 et $3 + x$ ……0 $\Leftrightarrow x(x - 2)$ …… 0 et x …… - 3

$x(x - 2)$ …… 0 et x …… - 3 $\Leftrightarrow x \in$ ……………………… et $x \in [- 3 ; + \infty[$

$x \in D \Leftrightarrow x \in$ ……………………………………………………

$D =$ ……………………………………………

- **Propriété 1 : Deux réels positifs sont égaux si, et seulement si, leurs carrés sont égaux.**

$\forall x \in D$, on a :

(1) $\Leftrightarrow$

L'équation précédente est dite **irrationnelle** car dans l'équation figure un radical que l'on ne peut pas simplifier.

3) Application : Résoudre, en suivant le modèle précédent, l'équation (2) : $\sqrt{x + 1} = x$.

EXERCICE 2 :

Propriété 2 : Soit a et b deux réels. $\sqrt{a} = \sqrt{b} \Leftrightarrow a \geq 0$ et $b \geq 0$ et $a = b$

Application : Appliquer l'une des propriétés précédentes pour résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) L'équation : $x - 1 = \sqrt{2x + 2}$.

2) L'équation : $\sqrt{2x + 1} = \sqrt{x^2 + 2}$.

EXERCICE 3 : Discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m, l'existence et le nombre de solutions des équations suivantes :

$(5 + m)x^2 - 4mx + 2 + m = 0$

EXERCICE 4 : Déterminer pour quelles valeurs de m, les équations suivantes ont deux racines de signe contraire :

(1) $(2m^2 - m - 1)x^2 - x - 3 = 0$ (2) $mx^2 - 2x + 2 - m = 0$

EXERCICE 5 :

1) f est la fonction définie sur $]-1\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{4x+5}{x+1}$ et g est la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par

$g(x) = \sqrt{x}$.

a) Définir la fonction composée $g \circ f$.

b) À l'aide du tableur de la calculatrice, observer le comportement de $f(x)$ et de $g \circ f(x)$ pour x assez grand.

Quelle semble être la limite de $g \circ f$ en $(+\infty)$?

c) Déterminer la limite $\boldsymbol{b}$ de f en $(+\infty)$, puis celle de g en $\boldsymbol{b}$. Qu'observe-t-on ?

2) f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ et g est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \dfrac{1}{x}$.

a) Définir la fonction composée $g \circ f$.

b) À l'aide du tableur de la calculatrice, observer le comportement de $f(x)$ et de $g \circ f(x)$ pour x négatif et

$(-x)$ assez grand. Quelle semble être la limite de $g \circ f$ en $(-\infty)$?

c) Déterminer la limite $\boldsymbol{b}$ de f en $(-\infty)$, puis celle de g en $\boldsymbol{b}$. Qu'observe-t-on ?

3)
$$\begin{array}{l} x \xmapsto{\;f\;} \underbrace{f(x)}_{X} \\ \qquad\qquad X \xmapsto{\;g\;} g(X) \\ x \xmapsto[\;g\,\circ\, f\;]{} g \circ f(x) \end{array}$$

a **;** ***b*** **et** ***c*** **désignent des réels ou $(+\infty)$ ou $(-\infty)$.**

f **et** ***g*** **sont deux fonctions telles que** $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ **et** $\lim\limits_{X \to b} g(X) = c$.

Que peut-on conjecturer sur la limite de $g \circ f$ **en** $\boldsymbol{a}$ **?**

EXERCICE 6 : 28 page 45 et 30 page 46 du LIVRE.

EXERCICE 7 : g est la fonction définie sur $[1\,;+\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2-x}$.

1) Vérifier que l'on se trouve dans un cas d'indétermination lorsque x tend vers $(+\infty)$.

2) Multiplier et diviser $\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2-x}$ par **son expression conjuguée :** $\boldsymbol{\sqrt{x^2+2} + \sqrt{x^2-x}}$.

3) Démontrer que pour tout réel $x \geq 1$, on a : $g(x) = \dfrac{1+\dfrac{2}{x}}{\sqrt{1+\dfrac{2}{x^2}}+\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}}$.

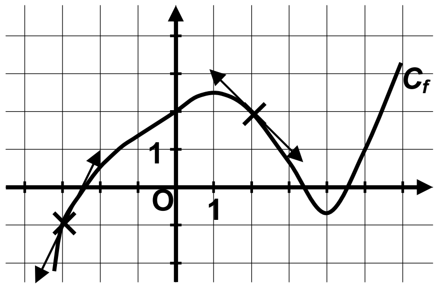
4) En déduire la limite de g en $(+\infty)$.

TS FICHE EXERCICES N° 2 (CHAPITRE 1)

EXERCICE 1 :
3 ; 7 et 6 page 72 du LIVRE. 45 page 76 du LIVRE. TD 6 pages 69//70 du LIVRE.

EXERCICE 2 :

1) La courbe représentative d'une fonction f est donnée ci-contre.



En chacun des points indiqués, la courbe admet une tangente qui est tracée.

Déterminer l'approximation affine locale de $f(-3+h)$ pour h voisin de 0 et celle de $f(x)$ pour x proche de 2.

2) Soit la fonction $f : x \longmapsto x^3$.

a) Donner l'approximation affine locale de $(2+h)^3$.

b) En déduire (sans donner l'erreur commise) des approximations des nombres suivants :

$(2{,}001)^3$; $(1{,}997)^3$; $(-1{,}999)^3$

3) Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2$ et soit a un réel.

a) Donner l'approximation affine locale de $f(a+h)$.

b) Déterminer, en fonction de h, l'erreur commise lorsque l'on remplace $f(a+h)$ par cette approximation affine.

c) Comment choisir h pour que la précision de cette approximation soit égale à 10^{-6} ?

EXERCICE 3 : 8 ; 11 et 14 page 72 du LIVRE.

EXERCICE 4 : Déterminer l'ensemble de définition D_f ; le domaine de dérivabilité $D_{f'}$ et la fonction dérivée des fonctions f définies ci-dessous par :

$f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 10$	$f(x) = x^4 - \dfrac{x^3}{3} + \sqrt{2}x - \sqrt{5}$	$f(x) = \sqrt{x} + x^2$
$f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 4x - 1$	$f(x) = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{5} + 2$	$f(x) = \dfrac{x^3 + 6x - 1}{3}$
$f(x) = \dfrac{1}{3x}$	$f(x) = -\dfrac{1}{3x^4}$	$f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$
$f(x) = \sqrt{x}(x+1)$	$f(x) = \dfrac{x^2}{x - 1}$	$f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$
$f(x) = (4x - 1)(x^2 + x\sqrt{x})$	$f(x) = \dfrac{1}{2x^2 - x - 1}$	$f(x) = \dfrac{x + 3}{x - 1}$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} - \dfrac{2}{x^2}$	$f(x) = 2\sqrt{x} - \dfrac{x^5}{5}$	$f(x) = \dfrac{1 - \cos x}{3 + \sin x}$