

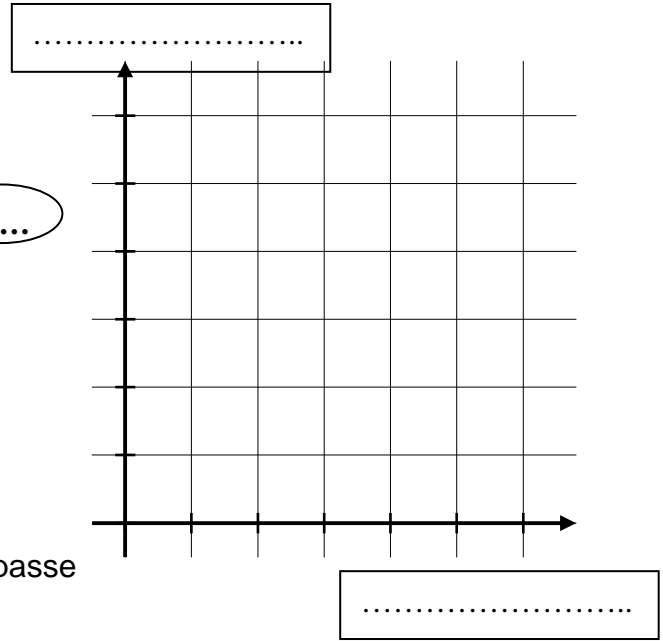
Fonctions linéaires

I. Romuald veut acheter des baguettes de pain à 0,5 € pièce. Compléter le tableau suivant :

Nombre de baguettes :	1	2	4	
Prix à payer (€) :				3

Dans le repère ci-contre, représenter le prix à payer **en fonction** du nombre de baguettes.

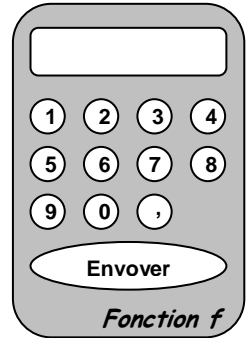
Rappel : Représenter **en fonction** du nombre de baguettes signifie qu'on place les baguettes sur l'axe des abscisses (axe horizontal).



La représentation graphique est une qui passe par

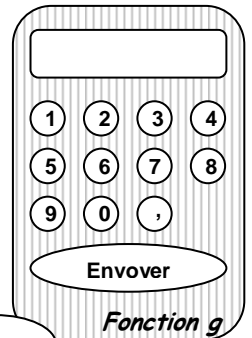
Cela signifie que le prix à payer est au nombre de baguettes.

II. Pour simplifier ses calculs, le boulanger de Romuald a mis au point une machine, qu'il a baptisée « Fonction f ». Au clavier, il rentre le nombre de baguettes, et à l'écran s'affiche le prix en euros à payer par le client. Ce qui « **rentre** » dans la machine s'appelle **l'antécédent**. Ce qui « **ressort** » s'appelle **l'image**. Compléter :



Antécédent par la fonction f (nombre de baguettes) :	12		3,5		
Image par la fonction f (prix à payer en euros) :		27		12	0

III. Romuald a lui aussi dans sa poche une machine de ce genre : il l'a baptisée « Fonction g ». C'est en fait un convertisseur « Euros-francs ». Au clavier, il tape le prix en euros demandé par un commerçant, et la machine affiche automatiquement le prix en francs correspondant, arrondi au centime de francs le plus proche. Sachant qu'un euro vaut 6,55957 francs, compléter :



Antécédent par la fonction g :	2		0,5		36,26
Image par la fonction g :		32,80		111,51	

IV. Reprenez les résultats de l'exercice II. L'image de 12 par la fonction f (autrement dit, ce qu'on obtient en tapant 12 au clavier) est L'image de 3,5 par la fonction f est

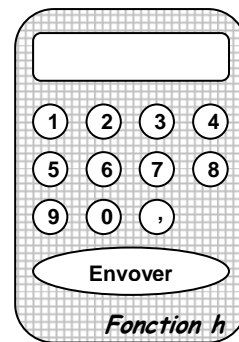
Pour simplifier les notations, on écrira $f(12) = 6$ et $f(3,5) = 1,75$.

Suivant cette notation, compléter : $g(2) = \dots$; $g(0,5) = \dots$; $g(36,26) = \dots$;

Si x est un nombre quelconque, $f(x) = 0,5 \times x$, donc $f(x) = 0,5 x$.

Si x est un nombre quelconque, $g(x) = \dots \times x$, donc $g(x) = \dots$

V. Boris, le quincaillier, vend des clous. Il les vend normalement par boîte de 500, qu'il fait payer 2,5 €. Mais certains de ses clients n'ont besoin que de quelques clous ! Aussi Boris s'est procuré la « Fonction h » ci-contre. Il tape le nombre de clous demandés, et la machine affiche aussitôt le prix à payer.



S'il tape 500, la « Fonction h » affiche On peut aussi dire que l'image de 500 par la fonction h est, ou que $h(500) = \dots$, ou encore que 500 est l'antécédent de par la fonction h.

antécédent par la fonction h (nombre de clous) :	500	200	4000			24
image par la fonction h (prix à payer en €) :	2,5			12,5	0,01	

X ...

L'image de 50 par la fonction h est L'antécédent de 700 par la fonction h est

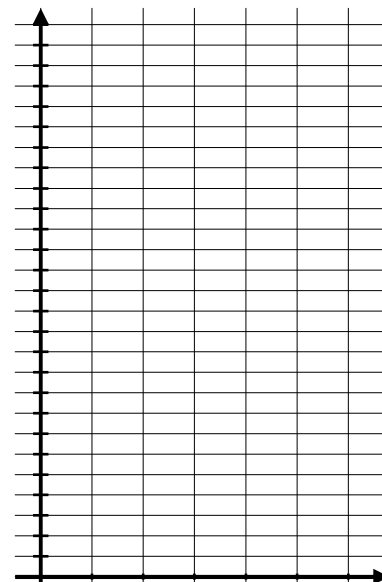
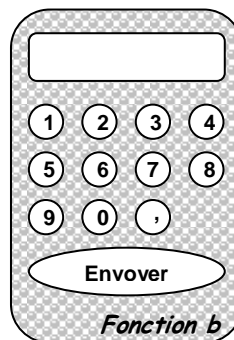
Si x est un nombre quelconque, $h(x) = \dots\dots\dots$

VI. Bob le bouquiniste vend toutes ses bandes dessinées (d'occasion) au même prix.

Il dispose d'une « Fonction b » grâce à laquelle, lorsqu'il tape le nombre de bandes dessinées demandées, il obtient automatiquement le prix à payer par le client. Compléter le tableau ci-dessous, sachant que :

- ☞ l'image de 6 par la fonction b est 27 ;
- ☞ l'antécédent de 18 par la fonction b est 4 ;
- ☞ $b(2) = 9$.

.....



Nombre de bandes dessinées :			
Prix à payer (€) :			

X ...

En utilisant les trois indications du tableau, représenter dans le repère de droite le prix à payer **en fonction** du nombre de bandes dessinées.

Puis, **par simple lecture graphique**, compléter :

- ☞ l'image de 3 par la fonction b est ;
- ☞ l'antécédent de 22,5 par la fonction b est ;
- ☞ $b(1) = \dots\dots\dots$

D'une manière générale, si x est un nombre quelconque, $b(x) = \dots\dots\dots$

La droite que vous avez obtenue s'appelle la **représentation graphique de la fonction b**.

VII. Notation :

On dit que **b est la fonction qui à x associe $4,5x$** , et on note :

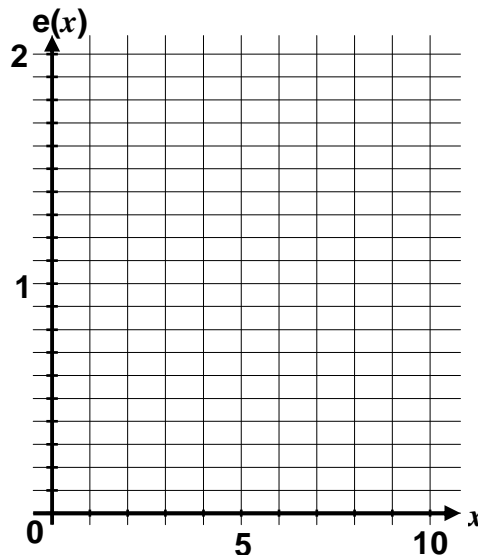
$b : x \mapsto 4,5x$

De même, $f : x \mapsto \dots\dots\dots$; $g : x \mapsto \dots\dots\dots$; $h : x \mapsto \dots\dots\dots$

VIII. On veut représenter graphiquement la fonction $e : x \mapsto 0,2x$.

a. On commence toujours par créer un tableau **d'au moins trois valeurs**, en choisissant soi-même la valeur de x . Par exemple, ici, on prendra les valeurs $x = 0$, $x = 5$ et $x = 10$, qui permettront d'obtenir des valeurs entières, plus faciles à placer dans un graphique. Mais toute autre valeur de x aurait été « valable ».

x	0	5	10
$e(x)$			



b. On trace un repère en choisissant les graduations de manière à pouvoir placer les trois valeurs du tableau. On place toujours les antécédents (x) sur l'axe des abscisses, et les images ($e(x)$) sur l'axe des ordonnées.

IX. Par simple lecture graphique du VIII, compléter :

- ☞ l'image de 4 par la fonction e est ; l'antécédent de 1,2 par la fonction e est
- ☞ $e(7) = \dots\dots\dots$; l'antécédent de 0 par la fonction e est ; $e(1) = \dots\dots\dots$

X. En suivant précisément les deux étapes du VIII), représenter sur votre cahier les fonctions :

- a) $f_1 : x \mapsto 20x$; b) $f_2 : x \mapsto 6,5x$; c) $f_3 : x \mapsto \frac{1}{3}x$; d) $f_4 : x \mapsto -2x$.

XI.

1. Chez Bob le pompiste, l'essence coûte 1,1 € le litre. Le prix à payer dépend de la quantité de litres achetés. Bob dispose d'une « Fonction g_1 » sur laquelle il tape le nombre de litres d'essence achetés, et qui affiche le prix à payer par le client.

- a) Représenter graphiquement sur votre cahier la fonction g_1 .
- b) Soit x un nombre quelconque ; $g_1(x) = \dots\dots\dots \times x = \dots\dots\dots x$.
- c) g_1 est donc définie par : $g_1 : x \mapsto \dots\dots\dots x$.

2. Maurice (qui n'a pas accès à l'ADSL) a passé un contrat avec un fournisseur d'accès Internet. Il paye tous les mois 6 € d'abonnement, à quoi il faut ajouter 3 € **pour chaque heure de connexion**. Par exemple, s'il s'est connecté 2 h au cours du mois précédent, il paiera :

$$6 \text{ € (abonnement) } + 2 \times 3 \text{ € (connexion) } = 12 \text{ €.}$$

Compléter :

Nombre d'heures de connexion pour le mois passé :	0 h	1 h	3 h	5 h
Prix à payer pour le mois passé :				

Pour éviter toute surprise, Maurice dispose d'une « fonction g_2 », sur laquelle il tape son nombre d'heures de connexion pour le mois, et qui affiche automatiquement la somme totale qu'il devra.

- a) Représenter graphiquement sur votre cahier la fonction g_2 en utilisant les valeurs du tableau ci-dessus.
- b) Soit x le nombre d'heures de connexion pour un mois ; $g_2(x) = \dots \times x + \dots = \dots x + \dots$
- c) Par lecture graphique, compléter : ☞ l'image de 4 par g_2 est
☞ l'antécédent de 13,5 par g_2 est
- d) g_2 est définie par : $g_2 : x \mapsto \dots\dots\dots x + \dots\dots\dots$

3. Freddy tient une boutique de vêtements. A la fin de la période des soldes, il doit augmenter les prix de tous ses articles de 25 %. Prenons un exemple : un pantalon coûtait pendant les soldes 35 €. Après les soldes, il coûtera 35 € + 25 % de 35 €.

Or 25% de $35\text{ €} = \frac{25}{100} \times 35\text{ €} = \dots\dots \times 35\text{ €}$ (compléter par un nombre décimal).

Donc le nouveau prix du pantalon sera :

$35\text{ €} + \dots\dots \times 35\text{ €} = 1 \times 35\text{ €} + \dots\dots \times 35\text{ €} = (1 + \dots\dots) \times 35\text{ €} = \dots\dots \times 35\text{ €} = \dots\dots\text{ €}$

Freddy possède une « Fonction g_3 » sur laquelle il tape le prix d'un article pendant les soldes, et qui affiche automatiquement le nouveau prix après augmentation. Compléter :

Prix x d'un article pendant les soldes :	15 €	30 €	50 €		
Prix $g_3(x)$ d'un article après augmentation de 25 % :				75 €	

a) Représenter sur votre cahier la fonction g_3 en utilisant les valeurs du tableau ci-dessus.

- b) Par lecture graphique, compléter :
 ☞ l'image par g_3 de 20 € est
 ☞ l'antécédent par g_3 de 50 € est

c) Soit x le prix d'un article pendant les soldes ; $g_3(x) = \dots\dots x$.

4. Parmi les représentations graphiques des fonctions g_1 , g_2 et g_3 , l'une ne correspond pas à une situation de proportionnalité. Laquelle et pourquoi ?

Lorsque la représentation graphique d'une fonction est une droite passant par l'origine (et donc que l'on est dans une situation de), on dit que la fonction est linéaire.

Ici, toutes les fonctions sont **linéaires** sauf

Lorsqu'une fonction f est **linéaire**, elle est **toujours** de la forme $f : x \mapsto \boxed{a}x$, où \boxed{a} est un nombre quelconque appelé **coefficient ou coefficient directeur de la fonction linéaire**.

Pratiquement, \boxed{a} n'est rien d'autre que le coefficient du tableau de proportionnalité...

En reprenant les exemples des pages précédentes, compléter :

Fonction linéaire :	g	h	b	e	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	g ₁	g ₃
Coefficient de la fonction linéaire :										

XII. x est un nombre quelconque. Dans chacun des cas suivants, dire s'il s'agit ou non d'une fonction linéaire, et, lorsqu'elle l'est, préciser son coefficient directeur :

$f : x \mapsto \frac{-2}{7}x$; $g : x \mapsto 0,7x^2$; $h : x \mapsto -8x + 5$; $i : x \mapsto x$; $j : x \mapsto \pi + 3x$; $k : x \mapsto \frac{4}{3}x - x$.