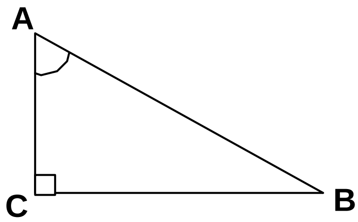
Ca devient sérieux…



I) Dans le triangle ABC rectangle en C ci-contre, compléter :

$\cos(\widehat{A}) = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$; $\sin(\widehat{A}) = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$; $\tan(\widehat{A}) = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$.

$(\cos(\widehat{A}))^2 + (\sin(\widehat{A}))^2 = \left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)^2 + \left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)^2 = \frac{\ldots\ldots^2}{\ldots\ldots^2} + \frac{\ldots\ldots^2}{\ldots\ldots^2} = \frac{\ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2}{\ldots\ldots^2} =$

$\frac{\ldots\ldots^2}{\ldots\ldots^2}$ (d'après le théorème de ……………………………) = ……

Donc, dans un triangle rectangle, α étant un des angles aigus de ce triangle,

$\boxed{(\cos a)^2 + (\sin a)^2 = \ldots\ldots}$

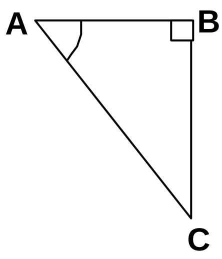
Généralement, par un abus de notation et dans un souci de simplification, cette formule est donnée sous la forme: $\boxed{\cos^2 a + \sin^2 a = \ldots\ldots}$

II) On sait qu'en valeur exacte, $\cos(60°) = \frac{1}{2}$.

Prouvez en utilisant la formule du **I)** que $\sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

III) On sait qu'en valeur exacte, $\sin(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Prouvez que $\cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

IV) Dans le triangle ABC rectangle en B ci-contre, compléter :



$\cos(\widehat{A}) = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$; $\sin(\widehat{A}) = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$; $\tan(\widehat{A}) = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$;

$$\frac{\sin(\widehat{A})}{\cos(\widehat{A})} = \frac{\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}}{\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \times \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots(\widehat{A})$$

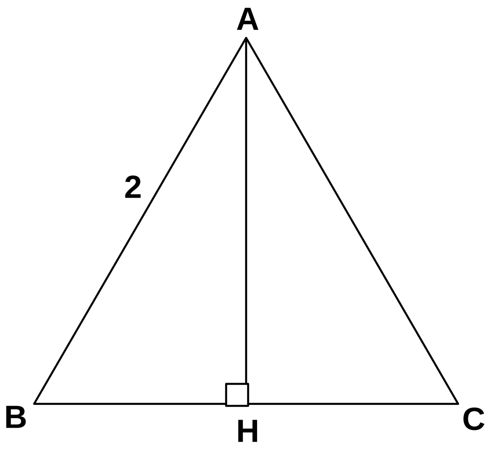
Donc, dans un triangle rectangle, α étant un des angles aigus du triangle, $\boxed{\frac{\sin a}{\cos a} = \ldots\ldots\ a}$

V) En utilisant la formule du IV), et les résultats du II) et III), retrouvez les valeurs exactes de tan (60°) et tan (45°).

VI) Dans un triangle ABC rectangle en C, on donne $\mathbf{\cos(\widehat{A}) = 0{,}6}$.

<u>Sans calculer l'angle</u> $\widehat{A}$, déterminer $\sin(\widehat{A})$ et $\tan(\widehat{A})$.

Et vous pouvez **<u>sans faire aucun calcul</u>** déterminer aussi $\cos(\widehat{B})$ et $\sin(\widehat{B})$… Faites un dessin !



VII) Les valeurs exactes ne "tombent pas du ciel" !
Vous connaissez peut-être déjà les valeurs exactes de cosinus, sinus et tangente pour 30°, 45° et 60°. Oubliez-les ! Vous allez les "redécouvrir"ci-dessous !

1) Le triangle ABC est équilatéral. Pour simplifier les calculs, on donne AB = 2 mais on obtiendrait le même résultat avec n'importe quelle autre valeur.

a) Déterminer en justifiant $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ABC}$.

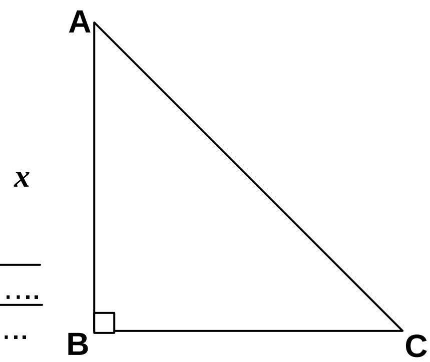
b) En justifiant, prouver que BH = 1 et $\widehat{BAH}$ = 30°.

c) Déterminer AH.

<u>Compléter :</u> cos $\widehat{B} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc cos 60° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$. sin $\widehat{B} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc sin 60° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$.

tan $\widehat{B} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc tan 60° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$. cos ($\widehat{BAH}$) = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc cos 30° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$.

sin ($\widehat{BAH}$) = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc sin 30° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$. tan ($\widehat{BAH}$) = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc tan 30° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$



2) Le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.
On donne AB = x.

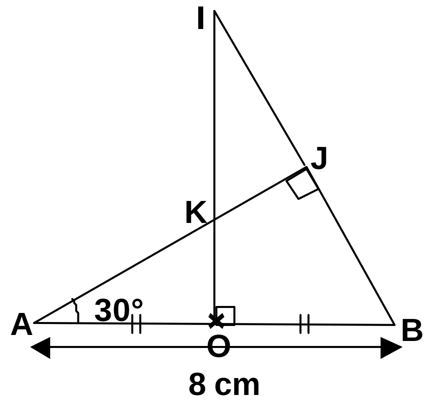
a) Déterminer en justifiant BC, $\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$ et AC (en valeur exacte).

b) Compléter :

cos $\widehat{BAC} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc cos 45° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{1}{\sqrt{\ldots\ldots}} = \frac{1 \times \sqrt{\ldots\ldots}}{\sqrt{\ldots\ldots} \times \sqrt{\ldots\ldots}} = \frac{\sqrt{\ldots\ldots}}{\ldots\ldots}$

sin $\widehat{BAC} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc sin 45° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{1}{\sqrt{\ldots\ldots}} = \frac{1 \times \sqrt{\ldots\ldots}}{\sqrt{\ldots\ldots} \times \sqrt{\ldots\ldots}} = \frac{\sqrt{\ldots\ldots}}{\ldots\ldots}$

tan $\widehat{BAC} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ donc tan 45° = $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ = ….. .



VIII) Sur le dessin ci-contre, AJB est un triangle rectangle en J tel que AB = 8 cm et $\widehat{JAB}$ = 30° . On a placé O le milieu de [AB] et on a tracé la médiatrice de [AB] , elle coupe [BJ) en I et [AJ] en K .
<u>Calculer</u> , en **rédigeant correctemen**t , les distances AK, AJ, JB, BI, JK et IK. **<u>Donner</u>** les résultats sous **forme exacte et simplifiée .**

IX) On donne sin 15° = $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. **<u>Prouver que</u>** cos 15° = $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, puis **<u>en déduire</u>** la valeur **exacte et simplifiée** de tan 15°.