

Division de fractions

Supposons que l'on veuille calculer : $\frac{5}{8} \div \frac{7}{12}$, ce qui peut aussi s'écrire $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{7}{12}}$.

Bien sûr, on pourrait utiliser la touche « fraction » de la calculatrice, mais il est possible sans cela de trouver tout de même le résultat...

Mettons par exemple les deux fractions $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{12}$ au même dénominateur.

$$\text{On obtient : } \frac{\frac{5}{8}}{\frac{7}{12}} = \frac{\frac{\dots}{\dots}}{\frac{\dots}{\dots}}.$$

La fraction $\frac{\frac{15}{24}}{\frac{14}{24}}$ est en fait une « grande » fraction dont le numérateur et le dénominateur

sont eux mêmes des fractions. On sait d'autre part qu'en multipliant le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre non nul, on ne modifie pas cette fraction.

$$\text{Par exemple : } \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}.$$

C'est encore vrai pour la fraction ci-dessus. A ce stade, il suffit de multiplier le numérateur ($\frac{15}{24}$) et le dénominateur ($\frac{14}{24}$) par un même nombre non nul pour obtenir directement le résultat recherché. Mais quel est ce nombre ?

$$\frac{\frac{15}{24}}{\frac{14}{24}} = \frac{\frac{15}{24} \times \dots}{\frac{14}{24} \times \dots} = \frac{\dots}{\dots} \quad \text{donc} \quad \frac{5}{8} \div \frac{7}{12} = \frac{\dots}{\dots}.$$

En utilisant cette méthode, calculer :

$$\frac{\frac{7}{9}}{\frac{8}{3}} = \frac{\frac{\dots}{\dots}}{\frac{\dots}{\dots}} = \frac{\frac{\dots}{\dots} \times \dots}{\frac{\dots}{\dots} \times \dots} = \frac{\dots}{\dots};$$

$$\frac{\frac{5}{12}}{\frac{7}{16}} = \frac{\frac{\dots}{\dots}}{\frac{\dots}{\dots}} = \frac{\frac{\dots}{\dots} \times \dots}{\frac{\dots}{\dots} \times \dots} = \frac{\dots}{\dots};$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{\dots}{\dots}}{\frac{\dots}{\dots}} = \frac{\frac{\dots}{\dots} \times \dots}{\frac{\dots}{\dots} \times \dots} = \frac{\dots}{\dots};$$

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{3}} = \frac{\frac{\dots}{\dots}}{\frac{\dots}{\dots}} = \frac{\frac{\dots}{\dots} \times \dots}{\frac{\dots}{\dots} \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}.$$

Inverse d'un nombre ou d'une fraction : (le nombre ou la fraction étant non nuls...)

Définition : Soit a un nombre non nul, l'**inverse de a**, qu'on note **inv(a)** est le nombre non nul tel que :

$$a \times \text{inv}(a) = 1$$

Par exemple, $\text{inv}(10) = 0,1$ car $10 \times 0,1 = 1$.
 $\text{inv}(2) = \dots$ car $2 \times \dots = 1$.
 $\text{inv}(\dots) = 0,2$ car $\dots \times 0,2 = 1$.

Remarque : $\text{inv}(100) = \dots$ car $100 \times \dots = 1$, mais on peut aussi dire que :

$$\text{inv}(0,01) = \dots \text{ car } 0,01 \times \dots = 1.$$

Il est encore plus simple de déterminer l'inverse d'une fraction. Complétez :

$$\frac{2}{3} \times \frac{\dots}{\dots} = 1 \text{ donc } \text{inv}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\dots}{\dots}.$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{\dots}{\dots} = 1 \text{ donc } \text{inv}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{\dots}{\dots}.$$

Remarque : L'inverse d'une fraction peut être un nombre entier, et réciproquement.

Par exemple : $\text{inv}\left(\frac{1}{3}\right) = \dots$ car $\frac{1}{3} \times \dots = 1$; $\text{inv}(7) = \frac{\dots}{\dots}$ car $7 \times \frac{\dots}{\dots} = 1$.

Divisions et inverse :

$\text{inv}\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{\dots}{\dots}$. En multipliant par exemple la fraction $\frac{4}{5}$ par l'inverse de $\frac{7}{3}$, on obtient :

$\frac{4}{5} \times \text{inv}\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{4}{5} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$. Regardez maintenant le dernier calcul de la page précédente...

$$\frac{4}{5} \div \frac{7}{3} = \frac{4}{5} \times \dots \left(\frac{7}{3}\right)$$

Cette propriété est-elle encore vérifiée pour les autres divisions de la page précédente ?

On a montré que $\frac{7}{9} \div \frac{8}{3} = \frac{\dots}{\dots}$. D'autre part, $\frac{7}{9} \times \text{inv}\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{7}{9} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

Mais cette fraction peut se simplifier ! $\frac{21}{72} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

Vérifiez cette propriété pour les fractions $\frac{5}{12} \div \frac{7}{16}$ et $\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$.

Pour **diviser** par une fraction,
il est inutile de « mettre au même dénominateur ».
Il suffit de **multiplier** par de cette fraction !